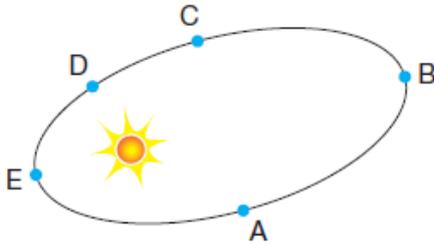


Exercícios de gravitação

NÍVEL INICIAL

1) (UFSE) Na figura, que representa esquematicamente o movimento de um planeta em torno do Sol, a velocidade do planeta é maior em:



- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E

2) (UFSC) Sobre as leis de Kepler, assinale a(s) proposição(ões) verdadeira(s) para o sistema solar.

- (01) O valor da velocidade de revolução da Terra em torno do Sol, quando sua trajetória está mais próxima do Sol, é maior do que quando está mais afastada do mesmo.
- (02) Os planetas mais afastados do Sol têm um período de revolução em torno do mesmo maior que os mais próximos.
- (04) Os planetas de maior massa levam mais tempo para dar uma volta em torno do Sol, devido à sua inércia.
- (08) O Sol está situado num dos focos da órbita elíptica de um dado planeta.
- (16) Quanto maior for o período de rotação de um dado planeta, maior será o seu período de revolução em torno do Sol.
- (32) No caso especial da Terra, a órbita é exatamente uma circunferência.

3) (INATEL-MG) Um satélite permanece em órbita circular terrestre de raio R com velocidade tangencial v . Qual deverá ser a velocidade tangencial desse satélite para permanecer em órbita circular lunar de mesmo raio R ? Considere a massa da Lua 81 vezes menor que a da Terra

4) (CEFET-PR) Dois satélites artificiais giram em torno da Terra em órbitas de mesma altura. O primeiro tem massa m_1 , e o segundo, massa $3m_1$. Se o primeiro tem período de 6 h, o período do outro será, em horas, igual a:

- a) 18
- b) 2
- c) 6
- d) $6\sqrt{3}$
- e) $3\sqrt{2}$

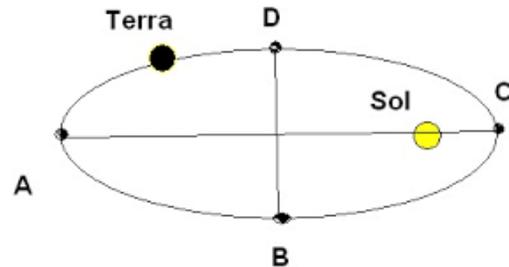
5) (FUVEST-SP) Considere um satélite artificial em órbita circular. Duplicando a massa do satélite sem alterar o seu período de revolução, o raio da órbita será:

- a) duplicado.
- b) quadruplicado.
- c) reduzido à metade.
- d) reduzido à quarta parte.
- e) o mesmo.

6) (PUC-SP) A intensidade da força gravitacional com que a Terra atrai a Lua é F . Se fossem duplicadas a massa da Terra e da Lua e se a distância que as separa fosse reduzida à metade, a nova força seria:

- a) $16F$
- b) $8F$
- c) $4F$
- d) $2F$
- e) F

7) (CFT-SC) Sobre a trajetória elíptica realizada pela Terra em torno do Sol, conforme ilustração a seguir, é correto afirmar que:



- a) a força pela qual a Terra atrai o Sol tem o mesmo módulo da força pela qual o Sol atrai a Terra.
- b) o sistema mostrado na figura representa o modelo geocêntrico.
- c) o período de evolução da Terra em torno do Sol é de aproximadamente 24 horas.
- d) a velocidade de órbita da Terra no ponto A é maior do que no ponto C.
- e) a velocidade de órbita do planeta Terra independe da sua posição em relação ao Sol.

RESPOSTAS NÍVEL INICIAL:

- 1) E
- 2) 01 + 02 + 08
- 3) $V_L = 1/9 V_T$
- 4) C
- 5) E
- 6) A
- 7) A

NÍVEL INTERMEDIÁRIO

1) (UNICAMP-SP) Um míssil é lançado horizontalmente em órbita circular rasante à superfície da Terra. Adote o raio da Terra $R = 6\,400\text{ km}$ e, para simplificar, tome 3 como valor aproximado de π

- Qual é a velocidade de lançamento?
- Qual é o período da órbita?

2) Considere uma estrela em torno da qual gravita um conjunto de planetas. De acordo com a 1ª lei de Kepler:

- Todos os planetas gravitam em orbitas circulares;
- Todos os planetas gravitam em orbitas elípticas, cujo centro está a estrela;
- As órbitas são elípticas, ocupando a estrela um dos focos da elipse; eventualmente, a orbita pode ser circular, ocupando a estrela o centro da circunferência;
- A órbita dos planetas não pode ser circular;
- A orbita dos planetas pode ter a forma de qualquer curva fechada.

3) (UDESC-SC) Analise as proposições sobre o planeta Mercúrio, com base nas três leis de Kepler.

I. A órbita de Mercúrio é circular, com o Sol localizado no centro da circunferência.

II. A magnitude da velocidade de translação de Mercúrio varia ao longo de sua trajetória.

III. A magnitude da velocidade de translação de Mercúrio é constante em toda a sua trajetória.

IV. O período de translação de Mercúrio independe do raio de sua órbita circular.

Assinale a alternativa **correta**.

- Somente a afirmativa III é verdadeira.
- Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
- Somente a afirmativa II é verdadeira.
- Somente as afirmativas II e IV são verdadeiras.
- Somente as afirmativas I e IV são verdadeiras.

4) (EFOMM) Suponha dois pequenos satélites, S_1 e S_2 , girando em torno do equador terrestre em órbitas circulares distintas, tal que a razão entre os respectivos raios orbitais r_1 e r_2 , seja $r_2/r_1 = 4$. A razão T_2/T_1 entre os períodos orbitais dos dois satélites é:

- 1
- 2
- 4
- 8
- 10

5) (ESCOLA NAVAL) Dois pequenos satélites, "A" e "B", idênticos descrevem órbitas circulares ao redor da Terra. A velocidade orbital do satélite "A" tem módulo $V_A = 2,0 \cdot 10^3\text{ m/s}$. Sabendo-se que os raios orbitais dos

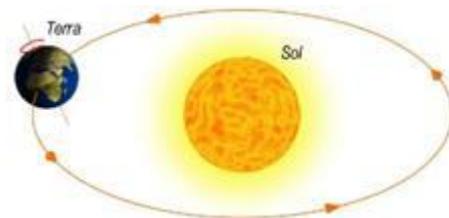
satélites são relacionados por $R_B/R_A = 1,0 \cdot 10^2$, o módulo da velocidade orbital do satélite "B", em m/s, vale:

- $2,0 \cdot 10^3$
- $1,0 \cdot 10^3$
- $4,0 \cdot 10^2$
- $2,0 \cdot 10^2$
- $1,0 \cdot 10^2$

6) (UFG) As estações do ano devem-se basicamente à inclinação do eixo de rotação da Terra, a qual possui um período de precessão próximo de 26.000 anos. Na época atual, os solstícios ocorrem próximos ao afélio e ao periélio. Dessa maneira, o periélio ocorre no mês de dezembro, quando a distância Terra-Sol é de $145 \cdot 10^6\text{ km}$, e a velocidade orbital da Terra é de 30 km/s . Considere que, no afélio, a distância Terra-Sol é de $150 \cdot 10^6\text{ km}$. Nesse sentido, a velocidade de translação da Terra no afélio e o momento astronômico que caracteriza o início da respectiva estação do ano devem ser:

- 28 km/s durante o solstício de verão do hemisfério Norte.
- 29 km/s durante o solstício de inverno do hemisfério Sul.
- 29 km/s durante o equinócio de outono do hemisfério Sul.
- 31 km/s durante o equinócio de primavera do hemisfério Sul.
- 31 km/s durante o solstício de verão do hemisfério Norte.

7) (UNESP) A Terra descreve uma elipse em torno do Sol cuja área é $A = 6,98 \cdot 10^{22}\text{ m}^2$.

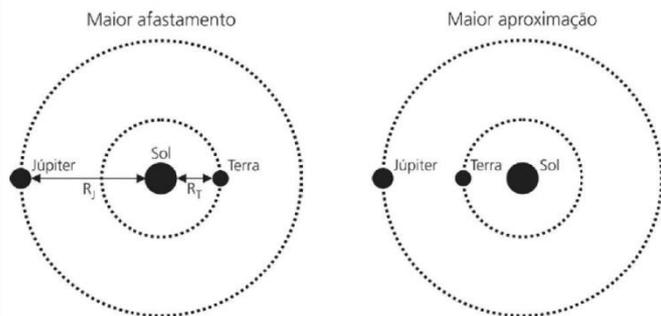


- Qual é a área varrida pelo raio que liga a Terra ao Sol desde zero hora do dia 1 de Abril até as 24 horas do dia 30 de Maio do mesmo ano?
- Qual foi o princípio ou lei que você usou para efetuar o cálculo acima?

TEXTO PARA QUESTÕES 8 e 9:

Em setembro de 2010, Júpiter atingiu a menor distância da Terra em muitos anos. As figuras abaixo ilustram a situação de maior afastamento e a de maior aproximação dos planetas, considerando que suas órbitas são circulares, que o raio da órbita terrestre (R_T)

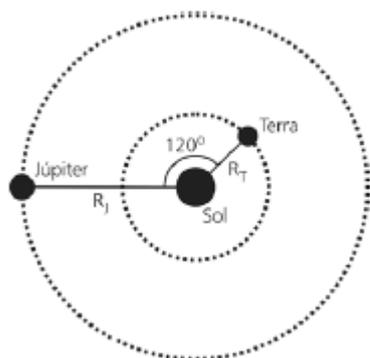
mede $1,5 \cdot 10^{11} \text{m}$ e que o raio da órbita de Júpiter (R_J) equivale a $7,5 \cdot 10^{11} \text{m}$



8) (UNICAMP-SP) De acordo com a terceira lei de Kepler, o período de revolução e o raio da órbita desses planetas em torno do Sol obedecem à relação $(T_J/T_T)^2 = (R_J/R_T)^3$, em que T_J e T_T são os períodos de Júpiter e da Terra, respectivamente. Considerando as órbitas circulares representadas na figura, o valor de T_J em anos terrestres é mais próximo de:

- a) 0,1; b) 5; c) 12; d) 125

9) (UNICAMP-SP) Quando o segmento de reta que liga Júpiter ao Sol faz um ângulo de 120° com o segmento de reta que liga a Terra ao Sol, a distância entre os dois planetas é de:



a) $\sqrt{R_J^2 + R_T^2 - R_J R_T \sqrt{3}}$

b) $\sqrt{R_J^2 + R_T^2 + R_J R_T \sqrt{3}}$

c) $\sqrt{R_J^2 + R_T^2 - R_J R_T}$

d) $\sqrt{R_J^2 + R_T^2 + R_J R_T}$

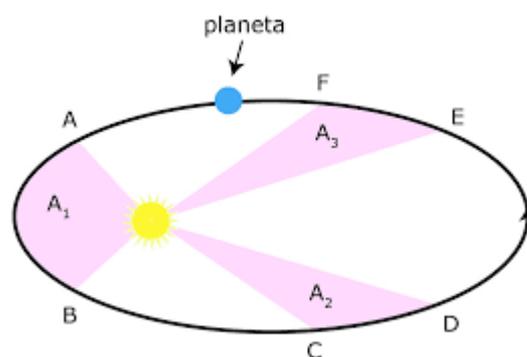
10) (FUVEST-SP) A razão entre as massas de um planeta e de um satélite é 81. Um foguete está a uma distância R do planeta e a uma distância r do satélite. Qual deve ser o valor da razão R/r para que as duas forças de atração sobre o foguete se equilibrem?

- a) 1 b) 3 c) 9 d) 27 e) 81

11) (UERJ) adotando o sol como referencial, aponte a alternativa que condiz com a 1ª lei de Kepler da gravitação universal.

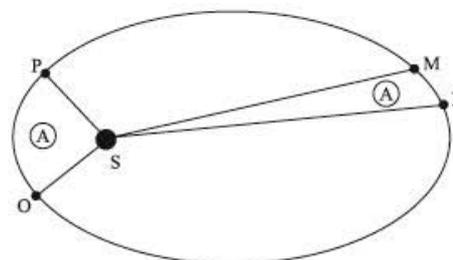
- a) As órbitas planetárias são curvas quaisquer, desde que fechadas.
 b) as orbitas planetárias são espiraladas.
 c) as orbitas planetárias não podem ser circulares.
 d) As orbitas planetárias são elípticas, com o Sol ocupando o centro da elipse.
 e) As orbitas planetárias são elípticas, com o Sol ocupando um dos focos da elipse.

12) (UERJ) A figura ilustra o movimento de um planeta em torno do Sol. Se os tempos gastos para o planeta se deslocar de A para B, de C para D e de E para F são iguais, então as áreas A_1 , A_2 e A_3 , apresentam a seguinte relação:



- a) $A_1 = A_2 = A_3$
 b) $A_1 > A_2 = A_3$
 c) $A_1 < A_2 < A_3$
 d) $A_1 > A_2 > A_3$

13) (UNESP) A órbita de um planeta é elíptica e o Sol ocupa um de seus focos, como ilustrado na figura (fora de escala). As regiões limitadas pelos contornos OPS e MNS tem áreas iguais a A.



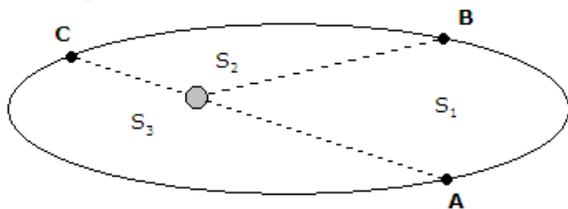
Se t_{OP} e t_{MN} são intervalos de tempo gastos para o planeta percorrer os trechos OP e MN, respectivamente, com velocidades médias v_{OP} e v_{MN} , pode-se afirmar que

- a) $t_{OP} > t_{MN}$ e $v_{OP} < v_{MN}$
 b) $t_{OP} = t_{MN}$ e $v_{OP} > v_{MN}$
 c) $t_{OP} = t_{MN}$ e $v_{OP} < v_{MN}$
 d) $t_{OP} > t_{MN}$ e $v_{OP} > v_{MN}$
 e) $t_{OP} < t_{MN}$ e $v_{OP} < v_{MN}$

- 14) (FUVEST-SP) Considere um satélite artificial em órbita circular. Duplicando a massa do satélite sem alterar o seu período de revolução, o raio da órbita será
- duplicado.
 - quadruplicado.
 - reduzido à metade.
 - reduzido à quarta parte.
 - o mesmo.

- 15) (UFMG) Um satélite é colocado em órbita e fica estacionário sobre um ponto fixo do equador terrestre. O satélite se mantém em órbita porque
- a força de atração que a Terra exerce sobre o satélite equilibra a atração exercida sobre ele pela Lua.
 - a força que o satélite exerce sobre a Terra, de acordo com a 3ª lei de Newton, é igual a força que a Terra exerce sobre o satélite, resultando disso o equilíbrio.
 - o satélite é atraído por forças iguais, aplicadas em todas as direções.
 - o satélite está a uma distância tão grande da Terra que a força gravitacional exercida pela Terra sobre o satélite é desprezível.
 - a força de atração da Terra é a força centrípeta necessária para manter o satélite em órbita em torno do centro da Terra com período de 24 h.

- 16) (UNIMONTES – MG) Um astrônomo registrou as posições A, B e C de um planeta em sua órbita em torno do Sol e constatou que as áreas S_1 , S_2 e S_3 , conforme aparecem na ilustração a seguir, tem o mesmo valor. O intervalo de tempo ocorrido entre os registros das posições A e B foi de 3 meses terrestres. O “ano” desse planeta corresponde a

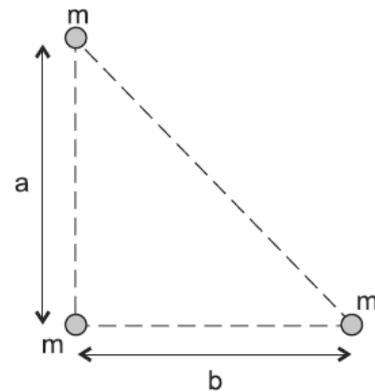


- 1 ano terrestre.
- 1/3 do ano terrestre.
- 3/4 do ano terrestre.
- 2 anos terrestres.

- 17) (UESB-BA) A descoberta do planeta Netuno é considerada um trunfo da astronomia, pois é, até os dias de hoje, uma área que desperta o interesse de inúmeros cientistas e estudiosos. Com base nos conhecimentos sobre a Gravitação Universal, é correto afirmar:
- A partir das leis de Kepler, conclui-se, em relação aos planetas do sistema solar, que os mais afastados têm a maior velocidade média.

- O quociente dos quadrados das distâncias médias do Sol e o cubo dos períodos é igual a uma constante k , que depende da massa de cada planeta.
- De acordo com o modelo geocêntrico e as leis de Kepler, os planetas descrevem órbitas circulares em torno do Sol, que ocupa o centro da circunferência.
- Sendo a aceleração da gravidade igual a g ao nível do mar, então a uma altura acima do nível do mar igual ao raio da Terra, a aceleração da gravidade é de $g/4$.
- A intensidade da força gravitacional com que a Terra atrai a Lua é igual a F . Se fosse triplicada a massa da Lua e a distância que separa as duas fosse duplicada, a nova força entre elas seria reduzida à metade.

- 18) (UESB-BA)



- Três bolas idênticas de massa m são colocadas nos vértices de um triângulo retângulo, como mostra a figura. O módulo da força resultante sobre a bola localizada no ângulo reto é, em N , igual a

- $F = \frac{3Gm^2\sqrt{a^4+b^4}}{a^2b^2}$
- $F = \frac{Gm^2\sqrt{a^4+b^4}}{4ab}$
- $F = \frac{Gm^2\sqrt{a^4+b^4}}{a^2b^2}$
- $F = \frac{Gm^2\sqrt{a^4+b^4}}{ab}$
- $F = \frac{2Gm^2\sqrt{a^4+b^4}}{3a^2b^2}$

- 19) (ENEM) Sabe-se que a posição em que o Sol nasce ou se põe no horizonte muda de acordo com a estação do ano. Olhando-se em direção ao poente, por exemplo, para um observador no Hemisfério Sul, o Sol se põe mais à direita no inverno do que no verão. O fenômeno descrito deve-se à combinação de dois fatores: a inclinação do eixo de rotação terrestre e a
- precessão do periélio terrestre
 - translação da Terra em torno do Sol.
 - nutação do eixo de rotação da Terra.
 - precessão do eixo de rotação da Terra.
 - rotação da Terra em torno de seu próprio eixo.

20) (ENEM) Observações astronômicas indicam que no centro de nossa galáxia, a Via Láctea, provavelmente exista um buraco negro cuja massa é igual a milhares de vezes a massa do Sol. Uma técnica simples para estimar a massa desse buraco negro consiste em observar algum objeto que orbite ao seu redor e medir o período de uma rotação completa, T , bem como o raio médio, R , da órbita do objeto, que supostamente se desloca, com boa aproximação, em movimento circular uniforme. Nessa situação, considere que a força resultante, devido ao movimento circular, é igual, em magnitude, à força gravitacional que o buraco negro exerce sobre o objeto. A partir do conhecimento do período de rotação, da distância média e da constante gravitacional, G , a massa do buraco negro é:

a) $\frac{4\pi^2 R^2}{GT^2}$

b) $\frac{\pi^2 R^3}{2GT^2}$

c) $\frac{2\pi^2 R^3}{GT^2}$

d) $\frac{4\pi^2 R^3}{GT^2}$

e) $\frac{\pi^2 R^5}{GT^2}$

21) (ENEM) Dois satélites artificiais S_1 e S_2 , de massas M e $2M$, respectivamente, estão em órbita ao redor da Terra e sujeitos ao seu campo gravitacional. Quando o satélite S_1 passa por um determinado ponto no espaço, sua aceleração é $7,0 \text{ m/s}^2$.

Qual será a aceleração do satélite S_2 , quando passar pelo mesmo ponto?

a) $3,5 \text{ m/s}^2$;

b) $7,0 \text{ m/s}^2$;

c) $9,8 \text{ m/s}^2$;

d) 14 m/s^2 ;

e) 49 m/s^2 .

RESPOSTAS NÍVEL INTERMEDIÁRIO:

1) a) 8000 m/s ; b) 4800 s

2) C;

3) C;

4) D;

5) D;

6) B;

7) a) $1,14 \cdot 10^{22} \text{ m}^2$; b) Lei das áreas (2ª lei de Kepler);

8) C;

9) D;

10) C

11) E

12) A

13) B

14) E

15) E

16) C

17) 04

18) 03

19) B

20) D

21) B

NÍVEL AVANÇADO

1) (UERJ) Leia as informações a seguir para a solução desta questão.

O valor da energia potencial, E_p , de uma partícula de massa m sob ação do campo gravitacional de um corpo celeste de massa M é dado pela seguinte expressão:

$$E_p = \frac{-GmM}{r}$$

Nessa expressão, G é a constante de gravitação universal e r é a distância entre a partícula e o centro de massa do corpo celeste.

A menor velocidade inicial necessária para que uma partícula livre-se da ação do campo gravitacional de um corpo celeste ao ser lançada da superfície deste, é denominada **velocidade de escape**. A essa velocidade a energia cinética inicial da partícula é igual ao módulo da energia potencial gravitacional da superfície desse corpo celeste.

Buracos negros são corpos celestes, em geral, extremamente densos. Em qualquer instante, o raio de um buraco negro é ligeiramente menos que o raio R de outro corpo celeste de mesma massa, para o qual a velocidade de escape de uma partícula corresponde à velocidade c da luz no vácuo.

Determine a densidade mínima de um buraco negro, em função de R , de c e da constante G .

2) (FUVEST-SP) recentemente plutão foi “rebaixado”, perdendo sua classificação como planeta. Para avaliar os efeitos da gravidade em Plutão, considere suas características físicas, comparadas com as da Terra, que estão apresentadas com valores aproximados, a seguir:

Massa da Terra (M_T) = 500 × massa de Plutão (M_P)

Raio da Terra (R_T) = 5 × raio de Plutão (R_P)

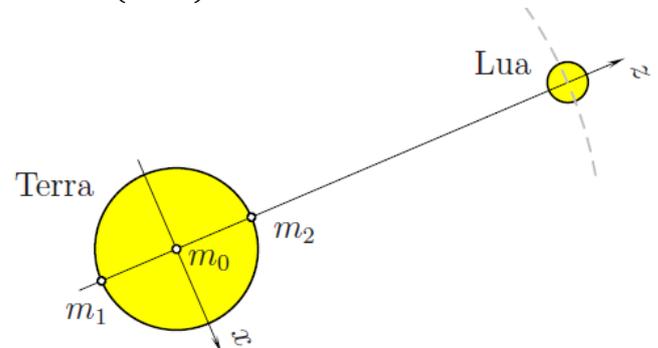
a) Determine o peso na superfície de Plutão de uma massa que na Terra pesa 40 N;

b) Estime a altura “H” em metros, que uma bola, lançada verticalmente com velocidade “V”, atingiria em Plutão. Na Terra, essa mesma bola, lançada com a mesma velocidade, atinge uma altura de 1,5 m.

3) (ITA-SP) Lua e Sol são os principais responsáveis pelas forças da maré. Essas são produzidas devido as diferenças na aceleração gravitacional sofrida por massas distribuídas na Terra em razão das respectivas diferenças de suas distâncias em relação aos astros. A figura mostra duas massas iguais $m_1 = m_2 = m$, dispostas sobre uma superfície da Terra em posições diametralmente opostas e alinhadas em relação a Lua, bem como uma massa $m_0 = m$ situada no centro da

Terra. Considere G a constante de gravitação universal, M a massa da Lua, r o raio da Terra e R a distância entre os centros da Terra e da Lua. Considere também f_{0z} , f_{1z} e f_{2z} as forças produzidas pela Lua respectivamente sobre as massas m_0 , m_1 e m_2 . Determine as diferenças $(f_{1z} - f_{0z})$ e $(f_{2z} - f_{0z})$ sabendo que deverá usar a aproximação:

$$\frac{1}{(1+x)^\alpha} = 1 - \alpha x, \quad \text{para } x \ll 1$$



RESPOSTAS NÍVEL AVANÇADO:

1) $\mu_{mín} = \frac{3c^2}{8\pi GR^2}$

2) a) 2 N; b) 30 m

3) $(f_{1z} - f_{0z}) = -\frac{2rGMm}{R^3}$ e $(f_{2z} - f_{0z}) = \frac{2rGMm}{R^3}$